



ARTIGOS

PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN PRIMARIA: CONSIDERACIONES SOBRE EL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL DOCENTE

Liliana BAYONA SÁNCHEZ
Universidad Santo Tomás, USTA
Bogotá, Colombia
lilianabayona@ustadistancia.edu.co
<https://orcid.org/0000-0001-6117-9997>

RESUMEN: en este artículo se presenta un análisis semiótico de las producciones escritas, verbales y gestuales de un estudiante de grado quinto de primaria de un colegio de Bogotá, Colombia, al abordar una tarea de secuencia de patrones. Este análisis fue elaborado en la investigación sobre pensamiento algebraico que se desarrolló en la línea de Pedagogía y Didácticas del Doctorado en Educación de la Universidad Santo Tomás de Bogotá, Colombia. De manera inicial se realiza la interpretación de las producciones elaboradas por el estudiante, se describen los medios semióticos de objetivación presentes, se analiza el componente de analiticidad y se establece el tipo de generalización. Posteriormente se destaca la importancia de que el docente cuente con un conocimiento didáctico amplio que le permita interpretar de manera adecuada las producciones que elaboran los estudiantes frente a este tipo de tareas.

PALABRAS CLAVE: teoría de la objetivación, enseñanza, aprendizaje, pensamiento algebraico, formación docente.

O PENSAMENTO ALGEBRAICO NA ESCOLA PRIMÁRIA: UM DESAFIO PARA A FORMAÇÃO DOCENTE

RESUMO: este artigo apresenta uma análise semiótica das produções escritas, verbais e gestuais de um aluno do quinto ano de uma escola em Bogotá, Colômbia, ao abordar uma tarefa de sequência de padrões. Esta análise foi elaborada na pesquisa sobre pensamento algébrico que se desenvolveu na linha de Pedagogia e Didática do Doutorado em Educação da Universidade Santo Tomás de Bogotá Colômbia. Inicialmente, realiza-se a interpretação das produções do aluno, descrevem-se os meios semióticos de objetivação presentes, analisa-se o componente analítico e estabelece-se o tipo de generalização. Posteriormente, destaca-se a importância de o professor possuir um amplo conhecimento didático que lhe permita interpretar adequadamente as produções feitas pelos alunos frente a este tipo de tarefas.

PALAVRAS-CHAVE: teoria da objetificação, ensino, aprendizagem, pensamento algébrico, formação de professores.

ALGEBRAIC THINKING IN PRIMARY SCHOOL: A CHALLENGE FOR TEACHER TRAINING

ABSTRACT: the following article is a semiotic analysis of the written, oral, and gesture productions of a fifth-grade student from a school in Bogotá, Colombia, while performing a pattern sequence task. This analysis was performed within the algebraic thinking research conducted by the Pedagogy and Didactics line of the doctoral programme in Education of Santo Tomás University in Bogotá, Colombia. First, the interpretation of the productions made by the student shall be conducted. Then, the semiotic objectification methods occurring shall be described. Then, the analyticity component shall be analysed. Finally, the type of generalisation shall be established. Subsequently, the importance of the teacher having broad didactic knowledge to properly interpret the productions made by students with regard to these types of tasks shall be highlighted.

KEYWORDS: theory of objectivation, teaching, learning, algebraic thinking, teacher training.

Introducción

Como parte del proceso de investigación sobre pensamiento algebraico en primaria realizado por BAYONA (2011a) se dialogó con un grupo de docentes de matemáticas de primaria, de un colegio oficial de Bogotá, Colombia, sobre la(s) palabra(s) que ellos relacionaban o asociaban con la palabra álgebra. Sus respuestas se presentan a continuación:

Ilustración 1. Palabras asociadas a la palabra álgebra por un grupo de docentes de matemáticas de primaria de un colegio de Bogotá, Colombia



El diálogo fue realizado con un grupo reducido de docentes de primaria (20 en total), los cuales eran licenciados en educación básica primaria o licenciados en educación básica con énfasis en matemáticas, no obstante, las respuestas a pesar de que algunos contaban con mayor formación en educación matemática fueron similares. Si bien se podrían realizar diferentes análisis y discusiones de las respuestas, lo que se destaca para este artículo es que el álgebra para algunos docentes posiblemente sigue estando asociada de manera exclusiva al uso de símbolos alfanuméricos o a la mecanización de una serie de pasos para resolver ecuaciones.

La perspectiva actual del álgebra escolar y la evolución que ha tenido en el campo de la investigación en educación matemática, permite considerar la generalización, la resolución de problemas, la modelación, el estudio de funciones y de relaciones, como diversas perspectivas del álgebra (USISKIN, 1988; KIERAN, 2004). Así mismo, se ha establecido que no es una condición necesaria ni suficiente el uso de símbolos alfanuméricos para hacer álgebra y que el pensamiento algebraico puede y debe desarrollarse desde los primeros grados de escolaridad (RADFORD, 2013; VERGEL, 2015; 2019; BAYONA, 2021a). Entre otros aspectos el desarrollo de este pensamiento favorece una mayor comprensión de las matemáticas en estos primeros grados, mejora el aprendizaje de los estudiantes, fortalece su desempeño en la resolución de problemas y potencia su pensamiento matemático (BLATON et al, 2015; VERGEL, 2015)

Haciendo referencia al pensamiento algebraico, diversos estudios desarrollados en el campo del álgebra escolar, (ROJAS y VERGEL, 2013; BARBOSA y VALE, 2015; VERGEL 2015; RADFORD, 2010; 2013; 2018; VALENZUELA y GUTIÉRREZ, 2018; VERGEL y ROJAS, 2018; VERGEL, 2019), establecen que la generalización particularmente la generalización de patrones, es una de las formas más representativas de promover el surgimiento y el desarrollo del pensamiento algebraico en primaria.

Los anteriores planteamientos referidos al álgebra escolar y al pensamiento algebraico en primaria y coincidiendo con RADFORD (2011) y VERGEL (2015) le exigen al docente de matemáticas, particularmente de primaria, contar con un conocimiento didáctico amplio que le permita:

- Contemplar una perspectiva amplia y actual del álgebra escolar, en la cual entre otros aspectos, se considere la generalización y el estudio de patrones como una forma de posibilitar el surgimiento y el desarrollo del pensamiento algebraico en primaria.
- Identificar y considerar formas de pensamiento algebraico en primaria, caracterizadas por el uso de diversos recursos empleados por los estudiantes en sus producciones escritas, verbales y gestuales.
- Establecer que el uso de símbolos alfanuméricos no es una condición necesaria para determinar si una producción puede ser considerada algebraica específicamente en primaria.

Así mismo y teniendo en cuenta que la línea de generalización de patrones ha adquirido una gran importancia en la propuesta del álgebra temprana, ya que se ha evidenciado que las tareas de secuencia de patrones posibilitan el surgimiento de producciones algebraicas en primaria (RADFORD, 2013; VERGEL, 2015), se requiere también que el docente cuente con un conocimiento didáctico que le permita interpretar adecuadamente las producciones que realizan los estudiantes frente a este tipo de tareas y reconocer tanto formas de pensamiento algebraico como otras que posiblemente no han sido identificadas, pero que constituyen un momento importante en el desarrollo del pensamiento algebraico del estudiante (BAYONA, 2021a)

De esta manera en este documento se presenta el análisis semiótico de una producción algebraica realizada por un estudiante de quinto de primaria, con edad de 10 años, frente a una tarea de generalización de patrones, en este caso de secuencia figural apoyada por representación tabular (VERGEL, 2014). Se describen los medios semióticos de objetivación, se analiza el componente de analiticidad y se establece el tipo de generalización, enfatizando en la importancia de realizar una interpretación adecuada de las producciones tanto escritas como verbales y gestuales que elabora el estudiante a partir de un conocimiento didáctico amplio del docente sobre la naturaleza de las generalizaciones y por tanto sobre el pensamiento algebraico.

Álgebra en primaria.

Las actuales perspectivas sobre el álgebra escolar permiten evidenciar el interés por concebir un álgebra que no esté limitada a la manipulación de símbolos o al uso de reglas sintácticas. (AKÉ, 2013; RADFORD, 2013; ROJAS y VERGEL, 2013, VERGEL, 2014; 2015; BAYONA, 2021a). La propuesta del álgebra temprana, que atiende entre otros aspectos al estudio de relaciones funcionales, generalización de patrones, relaciones numéricas y a la modelización, implica que el docente conciba una visión distinta del álgebra, a través de la cual se contemple el desarrollo del pensamiento algebraico desde los primeros grados de escolaridad, sin ser necesaria la presencia de símbolos alfanuméricos.

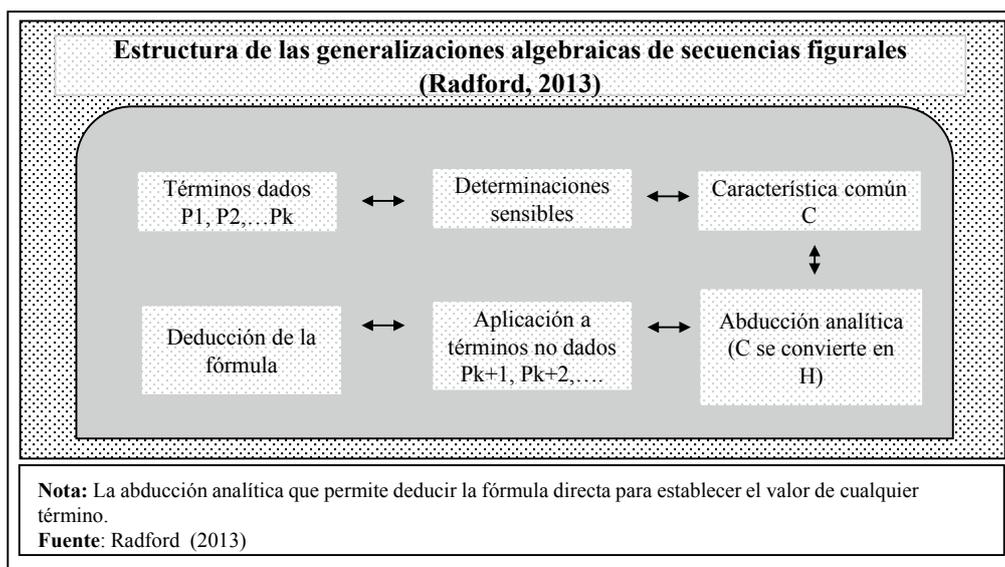
Respecto al pensamiento algebraico, RADFORD (2011) establece que este pensamiento se caracteriza por abordar cantidades indeterminadas de manera analítica, contemplarlas y operar con ellas como si fueran números conocidos, de esta manera establece tres elementos que definen el pensamiento algebraico:

- El sentido de indeterminancia. El trabajo con incógnitas, variables y parámetros.
- La analiticidad. La manera de trabajar con los objetos indeterminados identificando el carácter operatorio de los mismos.
- La designación simbólica o expresión semiótica de los objetos. La forma específica en la cual se nombra o se hace referencia a los objetos.

La caracterización establecida por RADFORD (2011) está relacionada con la generalización de patrones. La indeterminación y la analiticidad le permiten al estudiante trabajar con cualquier figura de la secuencia, sin ser indispensable el uso de símbolos alfanuméricos.

La generalización algebraica de patrones, RADFORD (2003; 2013) establece una estructura que permite caracterizar los aspectos que conforman este tipo de generalización frente a las tareas de secuencias figurales, la cual se presenta a continuación:

Ilustración 2 Estructura de las generalizaciones algebraicas



Atendiendo a la estructura presentada por RADFORD (2013), se inicia con la identificación de la característica común sobre algunos términos de la secuencia, posteriormente se realiza la generalización de la característica común sobre algunos términos de la secuencia, para después realizar la generalización sobre todos los términos a partir del proceso de abducción analítica que le permite al estudiante deducir una expresión directa que le permite calcular el valor de cualquier término de la secuencia.

La investigación realizada por BAYONA (2021a) permite evidenciar que este tipo de generalización algebraica puede ser elaborada por estudiantes de grado quinto de primaria al abordar tareas de secuencias de patrones, sin embargo, su adecuada interpretación le exige al docente un conocimiento didáctico amplio frente a la naturaleza de las generalizaciones, tal como se evidencia en el siguiente análisis de las producciones realizadas por uno de los estudiantes que participó en el estudio.

Análisis semiótico de las producciones elaboradas por el estudiante E8.

En una de las sesiones que se realizó con los ocho estudiantes que participaron en la investigación, se propuso a los estudiantes el trabajo de la tarea 2, la cual se presenta a continuación.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

Ilustración 3 Tarea 2 secuencia figural apoyada por representación tabular

La tarea fue tomada de VERGEL (2014), a la cual se le realizaron modificaciones atendiendo a un proceso de pilotaje desarrollado. La expresión algebraica explícita de la secuencia es $2n + 3$, con $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

La tarea estaba conformada por varias preguntas, la segunda de ellas hacía referencia a calcular el número de círculos de cada una de las siguientes figuras: figura 6, figura 9, figura 12, figura 25, figura 32 y figura 63. El estudiante E8 elaboró la siguiente producción para establecer la cantidad de círculos de las figuras solicitadas.

Figura 6 →

Figura 9 →

Figura 12 →

Figura 25 →

Figura 32 →

Figura 63 →

The image shows a student's handwritten work on a blue background. It lists six figures with arrows pointing to them. For each figure, the student has written a calculation. The calculations are as follows:

- Figura 6: $10 \text{ la hce de } 3 \text{ en } 3 = 1$
- Figura 9: $10 \text{ la hce de } 3 \text{ en } 3 = 9$
- Figura 12: $10 \text{ la hce de } 4 \text{ en } 4 = 16$
- Figura 25: $10 \text{ la hce de } 5 \text{ en } 5 = 25$
- Figura 32: $10 \text{ la hce de } 6 \text{ en } 6 = 36$
- Figura 63: $10 \text{ la hce de } 8 \text{ en } 8 = 64$

Ilustración 4 producción estudiante E8 correspondiente a la tarea 2, pregunta 2

Una interpretación apresurada que se podría realizar sobre la producción elaborada por el estudiante E8 consideraría aspectos como:

- El estudiante E8 no reconoce el dibujo que le corresponde a cada una de las figuras solicitadas, ya que por ejemplo la figura 6 debería estar conformada por una cantidad de círculos mayor que la figura 3.
- La cantidad de círculos de cada una de las figuras no coincide con la secuencia propuesta. Por ejemplo, los círculos de la figura 9 no son 9, deberían ser 21 y solo se dibujaron nueve círculos.
- No se evidencia la identificación de una característica común de la secuencia ni la generalización de la misma en los términos dados y los términos solicitados.

Los anteriores aspectos, corresponden a una interpretación errónea de la producción elaborada. Se requiere entonces contemplar otros tipos de producciones del estudiante que permitan acceder a lo que él desea comunicar y considerar los medios semióticos de objetivación presente en cada una de ellas. Estas otras producciones, en este caso producciones gestuales y verbales, se presentan a continuación:

E8: (muestra su cuaderno) *la del 6 la hice con la tabla del 3. 3, 6 y le agregué uno de más* (señala con su índice derecho los dos círculos de la fila superior y posteriormente el tercer círculo) *y aquí le agregué uno más 3 y uno más, abajito* (señala con su índice derecho el tercer y cuarto círculo de la fila inferior).



Ilustración 5 producción estudiante E8 correspondiente a la tarea 2, pregunta 2

Para las figuras 6 y 9 realizó el siguiente proceso:

Estableció la relación ser múltiplo de tres, una relación que define entre el número de la posición y la cantidad de círculos de la fila superior e inferior.

De esta manera cada círculo de la fila superior e inferior que dibuja equivale a tres círculos, sin embargo, los tres círculos de la parte derecha tienen otra equivalencia, valen uno solo, sabe que esos tres círculos (uno arriba y dos abajo) están presentes en todas las figuras.

Se presentan a continuación las relaciones implícitas en su producción correspondiente a la figura 6, haciendo la claridad que los tres círculos que identificó como una constante en todas las figuras, se colocan en color azul para mayor comprensión del lector.

$$C = ((6/3) 2) 3 + 3$$

$$C = (((6/3) 2) 3) + 3$$

$$C = (((2) 2) 3) + 3$$

$$C = ((4) 3) + 3$$

$$C = 12 + 3$$

$$C = 15$$



Figura 6

Donde:

C: cantidad de círculos de la figura solicitada.

6: número de la figura

3: relación ser múltiplo de 3 que define, atendiendo al número de la figura solicitada.

Teniendo en cuenta que el resultado de dividir 6/3 le indicará la cantidad de círculos negros que debe dibujar.

x 2: el número de filas que conforman la figura, en este caso dos filas.

x 3: indica que cada círculo dibujado en la fila superior e inferior, de color negro en el dibujo de la figura 6, representa tres círculos.

+ 3 = número de círculos que agrega en todas las figuras, en la fila superior uno y en la fila inferior dos, de color azul en la figura 6.

Para la figura 9 estableció la misma relación ser múltiplo de 3, de la siguiente manera:

$$C = (((9/3) 2) 3) + 3)$$

$$C = (((9/3) 2) 3) + 3)$$

$$C = (((3) 2) 3) + 3)$$

$$C = ((6) 3) + 3)$$

$$C = 18 + 3$$

$$C = 21$$

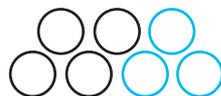


Figura 9

De esta manera la cantidad de círculos de la figura 6 es 15 y la cantidad de círculos de la figura 9 es 21, concluyendo que la producción elaborada por el estudiante E8 sí representa la cantidad de círculos de la figura solicitada.

Para la figura 12 estableció la relación ser múltiplo de 3, para la figura 25 ser múltiplo de cinco, la cual se detalla a continuación:

$$C = (((25/5)2)5) + 3)$$

$$C = (((5)2)5) + 3)$$

$$C = ((10)5) + 3)$$

$$C = 50 + 3$$

$$C = 53$$



Figura 25

Donde:

C: cantidad de círculos de la figura solicitada.

25: número de la figura

5: relación ser múltiplo de 5 que define, atendiendo al número de la figura solicitada. Teniendo en cuenta que el resultado de dividir 25/5 le indicará la cantidad de círculos negros que debe dibujar.

x 2: el número de filas que conforman la figura, en este caso dos filas.

x 5: indica que cada círculo dibujado en la fila superior e inferior, de color negro en el dibujo de la figura 6, representa cinco círculos.

+ 3 = número de círculos que agrega en todas las figuras, en la fila superior uno y en la fila inferior dos, de color azul en la figura 25.

De esta manera la cantidad de círculos de la figura 25 es 53, luego para la producción elaborada por el estudiante E8 sí representa la cantidad de círculos de la figura solicitada.

Para la figura 32 establece ser múltiplo de 8 y para la 63 múltiplo de 9. La producción correspondiente a esta última figura se detalla a continuación.

$$C = (((63/9)2)9) + 3)$$

$$C = (((7)2)9) + 3)$$

$$C = ((14)9) + 3)$$

$$C = 126 + 3$$

$$C = 129$$



Figura 6

Donde:

C: cantidad de círculos de la figura solicitada.

62: número de la figura

9: relación ser múltiplo de 9 que define, atendiendo al número de la figura solicitada. Teniendo en cuenta que el resultado de dividir 63/9 le indicará la cantidad de círculos negros que debe dibujar.

x 2: el número de filas que conforman la figura, en este caso dos filas.

x 9: indica que cada círculo dibujado en la fila superior e inferior, de color negro en el dibujo de la figura 6, representa cinco círculos.

+ 3 = número de círculos que agrega en todas las figuras, en la fila superior uno y en la fila inferior dos, de color azul en la figura 63.

Luego la cantidad de círculos que conforman la figura 63 es 129.

El estudiante E8 a partir de la generalización de las características identificadas aborda el trabajo con casos cercanos y casos lejanos como la figura 63, de manera directa sin depender de otra figura. Si bien las producciones del estudiante E8 en ese momento de la actividad tienen la intención de dibujar la cantidad de círculos de la figura solicitada, el proceso realizado le permitió posteriormente consolidar una generalización algebraica.

...yo la verdad en este caso no voy a necesitar círculos. Empecemos con 100. Primero se aplica 101, porque en las anteriores actividades siempre se agrega 1 (representando el número 1 con su índice derecho) en los de arriba (indicando con su mano derecha arriba) y en los de abajo (indicando abajo con su mano derecha), siempre se agregaba dos (representando el número 2 con sus dedos, índice y medio, de su mano derecha), luego en este caso sería 101 más 102, en este caso sería 203.

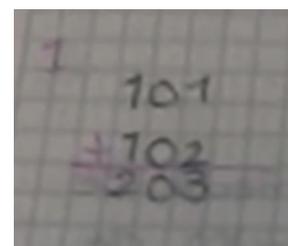


Ilustración 6 producción estudiante E8, cantidad de círculos de la figura 100

La palabra "siempre" tiene un valor importante, contempla en este caso las figuras que ve y aquellas que no, tiene total certeza que la característica identificada se cumple para todas las figuras, lo cual evidencia la presencia del componente de analiticidad, contempla y trabajo con lo indeterminado. La generalización de la característica le permite deducir una expresión directa que le permite trabajar con cualquier término de la secuencia, en este caso con cualquier figura.

Respecto a los procesos de los medios semióticos de objetivación, se destaca la contracción semiótica (RADFORD, 2013), el estudiante E8 selecciona lo que es relevante y define, con una mayor conceptualización, la generalización de la característica identificada, transitando de la elaboración de los dibujos y de las

relaciones numéricas que estableció en ese momento a una forma más sofisticada de determinar la cantidad de círculos de cualquier posición.

Un proceso de generalización algebraica que se fue consolidando, acudiendo a diversos recursos que empleó su producción escrita, verbal y gestual, contemplarlos en su totalidad permitió poder interpretar sus producciones y favorecer a través de la actividad matemática de aula, niveles de conceptualización mayor.

A manera de síntesis se presenta la siguiente matriz elaborada a partir de los aportes de BAYONA (2021a) que permite establecer los medios semióticos de objetivación empleados por el estudiante E8, la manera como hace presencia el componente de analiticidad y el tipo de generalización elaborada a partir de la interpretación de sus producciones escritas, verbales y gestuales.

Tabla 1 Matriz análisis producciones del estudiante E8

Tipo de generalización: algebraica	
Componente	Características
Medios semióticos de objetivación	<p>Producción escrita:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Realiza producciones propias a partir de los términos dados de la secuencia (lo que se consideraría como dibujos), no obstante su producción está caracterizada por distintas relaciones numéricas que define el estudiante y que actúan de manera simultánea en la construcción de la figura solicitada. - Las variables: figura y cantidad de círculos se hacen explícitas en su producción escrita, la cual está caracterizada por un lenguaje habitual y aritmético. - La relación de dependencia e independencia entre las variables se hace implícita, lo cual se evidencia en el lenguaje habitual que emplea en su producción escrita, la cual está caracterizada por un lenguaje habitual y aritmético. <p>Producción verbal y gestual:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Establece correspondencia o relaciones numéricas entre el número de la figura y la cantidad de círculos que las conforman, la expresa en su producción verbal con frases como: “aquí hay 100 aquí también pero se agrega uno más, señalando la fila superior de círculos que conforman la figura, aquí hay 100 aquí también pero se agrega dos más, señalando la fila inferior de círculos que conforman la figura. aquí hay 2 pero aquí 2 pero le pongo uno más”. - En su producción verbal expresa de manera implícita la correspondencia identificada a través de casos específicos, por ejemplo “figura 100: 101 arriba, 103 abajo”, o elaborando el dibujo, en ambos casos no requiere del término o dibujo de la figura anterior. - A partir de la generalización de la característica común identificada, deduce una expresión directa que conlleva a establecer el valor de cualquier término de la secuencia, la cual se expresa a través de un ejemplo, acudir a un caso particular, empleando un lenguaje habitual y un lenguaje aritmético. - El proceso de contracción semiótica hace presencia, transita de elaboraciones propias (dibujos en este caso con relaciones numéricas definidas) a palabras a frases clave, en términos de Radford (2010), las cuales expresa en un lenguaje habitual, “aquí siempre va uno más”, “aquí siempre se agregan dos más” - Se evidencia presencia del nodo semiótico (Radford, 2010), sincronía entre la producción escrita, verbal y gestual.
Componente de analiticidad.	<ul style="list-style-type: none"> - Emplea expresiones como “siempre”, “así sucesivamente”, “en todos los casos” y “todas las figuras”, que indican el trabajo no solo con los términos dados, o trabajados, sino también con aquellos que no ve, la manera de contemplar y trabajar con lo indeterminado. -La generalización de la característica común identificada, que atiende a relaciones numéricas entre el término y su valor correspondiente, le permite realizar una abducción analítica, que conlleva a deducir una expresión directa para calcular el valor de cualquier término. -La indeterminación se hace explícita, se contempla y se trabaja con lo indeterminado.

Nota: Radford (2003; 2010; 2013) y Vergel (2014; 2015) referentes fundamentales en el análisis realizado.
Fuente: Elaboración propia (2021)

En la primera fila de la tabla se establece el tipo de generalización elaborada por el estudiante E8, en este caso una generalización de tipo algebraica. En la segunda fila se hace referencia a los medios semióticos de objetivación, los recursos, artefactos y signos que emplea el estudiante en su proceso de objetivación (RADFORD, 2003), en sus producciones escritas, verbales y gestuales. Finalmente se establece la manera como hace presencia el componente de analiticidad, una de las características más importantes que define en este caso las generalizaciones algebraicas y por tanto el desarrollo de pensamiento algebraico en el estudiante.

Del análisis presentado se pueden establecer varias consideraciones, entre las cuales se destaca para el presente artículo la necesidad de que *el docente cuente con un conocimiento didáctico sobre el álgebra escolar y sobre el pensamiento algebraico que:*

- Le posibilite tener una visión amplia y actual sobre el álgebra escolar y considerar la generalización, particularmente la generalización de patrones, como una forma de abordar el álgebra, especialmente en los primeros grados de escolaridad.
- Le permita contemplar las producciones escritas, verbales y gestuales que realiza el estudiante para poder realizar una interpretación adecuada de lo que él nos quiere comunicar. Por otra parte, considerar la importancia de generar en una actividad matemática de aula con los estudiantes que favorezca los espacios para la participación, para que ellos socialicen los procesos que elaboran y poder así contar con otros recursos semióticos que permitan constituir una adecuada interpretación (BAYONA, 2021b).
- Le posibilite interpretar los diversos recursos semióticos que emplea el estudiante para comunicarse, sus dibujos, sus palabras, sus signos, en las diferentes producciones elaboradas.
- Le permita identificar y analizar la manera como hace presencia el componente de analiticidad, determinar la manera como el estudiante contempla y trabaja con lo indeterminado.
- Le permita reconocer las producciones de los estudiantes que pueden ser consideradas algebraicas, particularmente en primaria, en este caso aquellas que correspondan a generalizaciones algebraicas, estableciendo los elementos que las caracterizan y aquellos que las diferencian de otro tipo de generalización.

Posibilitar el desarrollo del pensamiento algebraico en primaria implica que el docente de matemáticas de primaria cuente con un conocimiento didáctico referido a los aspectos mencionados anteriormente, y en general a la naturaleza del pensamiento algebraico en estos primeros grados de escolaridad, un gran desafío para los actuales y futuros docentes de matemáticas.

Consideraciones finales

Efectivamente se requiere brindar al docente en su formación didáctica la posibilidad de contemplar la propuesta de álgebra temprana, de conocer la naturaleza del pensamiento algebraico. Particularmente frente a las tareas de secuencias de patrones es necesario consolidar un conocimiento didáctico que le permita al docente interpretar adecuadamente las producciones algebraicas elaboradas por el estudiante, que le permita acceder a lo que desea comunicar el estudiante y reconocer las potencialidades de su pensamiento algebraico.

El reto de la investigación en educación matemática es seguir avanzado en la naturaleza de este pensamiento y disponer este conocimiento al servicio de la formación de los docentes y de los futuros docentes de matemáticas, particularmente de primaria y posibilitar así el desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes desde los primeros grados de escolaridad.

REFERENCIAS

AKÉ, Lilia. Evaluación y desarrollo del razonamiento algebraico elemental en maestros en formación. 2013. 374f. Tesis (Doctorado en Educación Matemática), Universidad de Granada. España, 2013.

BARBOSA, A., y VALE, I. Visualization in pattern generalization: Potential and Challenges. En Journal Of The European Teacher Education Network, no. 10, pág. 57-70. 2015.

BAYONA, Liliana. Generalizaciones aritméticas, generalizaciones aritméticas sofisticadas y generalizaciones algebraicas en estudiantes de grado quinto de educación básica primaria. 2021a. 222f (Tesis Doctoral), Universidad Santo Tomás. Bogotá. Colombia. 2021.

BAYONA, L. La actividad matemática de aula: el encuentro con el otro en la transformación del saber. En Revista Voces, disponible en <http://revistavoces.net/la-actividad-matematica-de-aula-el-encuentro-con-el-otro-en-la-transformacion-del-saber/> .2021b

BLANTON, Maria. [et al]. The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. Journal for Research in Mathematics Education, v. 46, no 1, pág 39-87. 2015.

KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: What is it? The Mathematics Educator, v. 8. no 1, pág. 139-151. 2004.

Radford, L. Gestures, speech, and the sprouting of signs. Mathematical Thinking and Learning, v. 5. no 1, pág. 37-70. 2003

RADFORD, L. Layers of generality and types of generalization in pattern activities. En PNA - Pensamiento Numérico Avanzado, v. 4, no 2, pág. 37- 62. 2010.

RADFORD, L. Grade 2 students' non-symbolic algebraic thinking. En: J. Cai y E. Knuth (eds.). Early algebraization. En Advances in mathematics education, no 1, pág. 303-322. 2011.

RADFORD, L. En torno a tres problemas de la generalización. En L. Rico, M. C. Cafladas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), En Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro. Pág. 3-12. Granada. Editorial Comares. 2013.

RADFORD, L. Saber, aprendizaje y subjetivación en la Teoría de la Objetivación. 5ºsimpósio internacional de investigación en educación matemática. Llevado a cabo en Belém, Brazil. 2018.

ROJAS, P., y VERGEL, R. Procesos de generalización y pensamiento algebraico. En Revista Científica, disponible en https://www.researchgate.net/publication/318904527_Procesos_de_Generalizacion_y_Pensamiento_Algebraico. 2013.

USISKIN, Z. Conceptions of Algebra and Uses of Variables. En A.F. Coxford y A.P. Shulte (Eds.), The ideas of algebra v. 12. Pág. 8-19. 1988

VALENZUELA, G.J., y GUTIÉRREZ, M. E. Desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de bachillerato a través de la generalización visual de sucesiones de figuras. En *Educación matemática*, v. 30. no. 2. pág. 49-55. 2018.

VERGEL, Rodolfo. Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria. 2014. 335f (Tesis Doctoral), Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia.

VERGEL, R. Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en educación primaria. Bogotá, Colombia. UD editorial. 2015.

VERGEL, R., y ROJAS, P. J. Álgebra escolar y pensamiento algebraico: aportes para el trabajo en el aula. Editorial UD. Bogotá Colombia. 2018.

VERGEL, R. Una posible zona conceptual de formas de pensamiento aritmético sofisticado y proto-formas de pensamiento algebraico. En XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Medellín Colombia. 2019.

L. B. SÁNCHEZ.; Pensamiento algebraico en primaria: consideraciones sobre el conocimiento didáctico del docente *Formação Docente – Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores*. Belo Horizonte. Vol. 13, nº. 27 (p. 133-146) 31 ago. 2021. ISSN: 2176-4360. doi <https://doi.org/10.31639/rbpfp.v13i27.493>